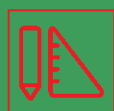




教辅图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年创始人专注教育行业

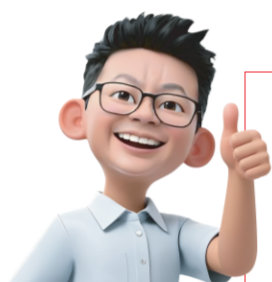
全品智能作业

QUANPIN ZHINENGZUOYE

AI智慧教辅

高中数学2 | 必修第二册 RJA

主 编 肖德好



本书为AI智慧教辅

“讲题智能体”支持学生聊着学，扫码后哪题不会选哪题；随时随地想聊就聊，想问就问。



天津出版传媒集团
天津人民出版社

CONTENTS

目录

第六章

平面向量及其应用

进阶手册

6.1 平面向量的概念	001
6.1.1 向量的实际背景与概念	001
6.1.2 向量的几何表示	001
6.1.3 相等向量与共线向量	001
6.2 平面向量的运算	003
6.2.1 向量的加法运算	003
6.2.2 向量的减法运算	005
6.2.3 向量的数乘运算	007
6.2.4 向量的数量积	009
第1课时 向量数量积的定义、投影向量	009
第2课时 向量数量积的性质与运算律	011
6.3 平面向量基本定理及坐标表示	013
6.3.1 平面向量基本定理	013
6.3.2 平面向量的正交分解及坐标表示	015
6.3.3 平面向量加、减运算的坐标表示	015
6.3.4 平面向量数乘运算的坐标表示	017
6.3.5 平面向量数量积的坐标表示	019
滚动习题(一) [范围: 6.1~6.3]	021
6.4 平面向量的应用	023
6.4.1 平面几何中的向量方法	023
6.4.2 向量在物理中的应用举例	025
6.4.3 余弦定理、正弦定理	027
1. 余弦定理	027
2. 正弦定理	029
第1课时 正弦定理	029
第2课时 正弦定理和余弦定理的综合问题	031
3. 余弦定理、正弦定理应用举例	033

易错易混	理清平面向量的基本概念 / 进 01
易错易混 1	向量加、减法运算错误 / 进 02
易错易混 2	根据平行或共线向量求参数 / 进 03
方法解读 1	利用向量加、减法的几何意义解决向量的模的问题 / 进 03
方法解读 2	向量加、减法的三角不等式的取等条件的运用 / 进 04
方法解读 3	平面向量运算与三角形或四边形几何量的表示与结论 / 进 04
教材拓展 1	平面向量的共线定理及其推论 / 进 05
教材拓展 2	等和线 / 进 05
易错易混 1	平面向量的夹角 / 进 06
易错易混 2	投影向量的概念 / 进 07
方法解读 1	类比法之实数乘法与平面向量数量积运算律 / 进 07
方法解读 2	平面向量数量积定义——投影向量的应用 / 进 07
方法解读 3	求平面向量的数量积、夹角、模的方法 / 进 08
教材拓展	强基固本 / 进 09
易错易混 1	对平面向量基本定理的理解出错 / 进 10
易错易混 2	混淆平面向量共线与垂直的坐标表示 / 进 10
方法解读 1	用基底表示向量 / 进 10
方法解读 2	利用平面向量基本定理求参数 / 进 10
方法解读 3	平面向量线性运算与数量积的坐标表示 / 进 11
方法解读 4	解决平面向量数量积的最值与范围问题的常用方法 / 进 11
方法解读 5	平面向量坐标运算与平面几何交汇应用 / 进 12
教材拓展	平面向量斜坐标系 / 进 13
易错易混	向量的表示与物理量中的对应关系 / 进 14
方法解读	利用平面向量的数量积及运算律解决平面几何问题 / 进 15
教材拓展	向量在三角形中的重要结论 / 进 15

滚动习题（二） [范围：6.4]

专项突破练 1 平面向量中的最值和范围问题

专项突破练 2 三角形的周长和面积问题

专项突破练 3 有关三角形的“四心”问题

专项突破练 4 解三角形题型专项

专项突破练 5 正弦定理解决爪形三角形问题

第七章 复数

7.1 复数的概念

7.1.1 数系的扩充和复数的概念

7.1.2 复数的几何意义

7.2 复数的四则运算

7.2.1 复数的加、减运算及其几何意义

7.2.2 复数的乘、除运算

滚动习题（三） [范围：7.1~7.2]

7.3* 复数的三角表示

7.3.1 复数的三角表示式

7.3.2 复数乘、除运算的三角表示及其几何意义

第八章 立体几何初步

8.1 基本立体图形

第 1 课时 多面体

第 2 课时 旋转体、组合体

8.2 立体图形的直观图

8.3 简单几何体的表面积与体积

8.3.1 棱柱、棱锥、棱台的表面积和体积

8.3.2 圆柱、圆锥、圆台、球的表面积和体积

滚动习题（四） [范围：8.1~8.3]

8.4 空间点、直线、平面之间的位置关系

8.4.1 平面

8.4.2 空间点、直线、平面之间的位置关系

进阶手册

易错易混 1 公式结构记错、边角对应关系出错 / 进 17

易错易混 2 忽略三角形中的隐含条件 / 进 18

方法解读 1 用正弦定理求解三角形基本量的方法 / 进 18

方法解读 2 三角形解的个数问题 / 进 19

方法解读 3 判断三角形的形状 / 进 19

方法解读 4 三角形的面积公式 / 进 20

方法解读 5 求三角形中最值与取值范围问题的常用方法 / 进 21

教材拓展 1 证明余弦定理、正弦定理的多种方法 / 进 22

教材拓展 2 射影定理在解三角形中的应用 / 进 23

教材拓展 3 海伦公式 / 进 23

易错易混 复数的有关概念理解不清 / 进 24

方法解读 1 方程思想解决复数概念有关求值问题 / 进 25

方法解读 2 数形结合思想与复数几何意义 / 进 25

教材拓展 强基固本 / 进 25

易错易混 公式记错 / 进 26

方法解读 1 共轭复数的运算性质、模的运算性质 / 进 26

方法解读 2 复数的加、减运算的几何意义 / 进 27

方法解读 3 复数虚数单位的乘方问题 / 进 27

教材拓展 1 一元三次方程根与系数的关系 / 进 28

教材拓展 2 强基固本 / 进 28

易错易混 多面体的判断出错 / 进 30

方法解读 1 正方体的展开图 / 进 31

方法解读 2 常见几何体的截面 / 进 32

教材拓展 欧拉定理 / 进 32

易错易混 立体图形斜二测画法建坐标系出错 / 进 33

方法解读 利用面积关系求解直观图与原平面图形的面积问题 / 进 34

教材拓展 由三视图画直观图的方法 / 进 34

易错易混 1 棱柱、棱锥、棱台的表面积和体积计算中的易错点 / 进 35

易错易混 2 旋转体的表面积和体积计算中常见的错误 / 进 36

方法解读 1 求棱锥的体积 / 进 37

方法解读 2 补（圆）台为（圆）锥的基本原理 / 进 38

教材拓展 祖暅原理法 / 进 38

8.5 空间直线、平面的平行

8.5.1 直线与直线平行

8.5.2 直线与平面平行

第1课时 直线与平面平行的判定

第2课时 直线与平面平行的性质

8.5.3 平面与平面平行

第1课时 平面与平面平行的判定

第2课时 平面与平面平行的性质

滚动习题（五） [范围：8.4~8.5]

8.6 空间直线、平面的垂直

8.6.1 直线与直线垂直

8.6.2 直线与平面垂直

第1课时 直线与平面垂直的判定

第2课时 线面角、直线与平面垂直的性质

第3课时 空间距离与线面垂直的综合问题

8.6.3 平面与平面垂直

第1课时 平面与平面垂直的判定

第2课时 平面与平面垂直的性质

滚动习题（六） [范围：8.4~8.6]

专项突破练 6 空间中平行垂直的证明

专项突破练 7 三垂线定理、逆定理及应用

专项突破练 8 空间角

专项突破练 9 空间几何体与球的“切”“接”问题

专项突破练 10 立体几何中的截面问题

第九章 统计

9.1 随机抽样

9.1.1 简单随机抽样

9.1.2 分层随机抽样

9.1.3 获取数据的途径

079

079

081

081

084

087

087

089

092

095

095

097

097

100

103

106

106

109

112

114

116

118

121

123

进阶手册

易错易混 1 符号语言表示、画图等不规范 / 进 40

易错易混 2 利用基本事实判断平面出错 / 进 40

易错易混 3 判断点、线、面位置关系易忽略点 / 进 41

方法解读 1 总结画图需要的关注点 / 进 41

方法解读 2 纳入平面法证明多线共面 / 进 42

方法解读 3 利用反证法证明异面直线 / 进 42

教材拓展 同一法证明三点共线 / 进 43

易错易混 1 对等角定理理解有误 / 进 44

易错易混 2 证明直线与平面平行的易错点 / 进 45

易错易混 3 利用线面平行的性质定理出错 / 进 45

易错易混 4 错误认为平面与平面平行的性质定理的逆定理成立 / 进 45

方法解读 1 中位线与平行定理（基本事实4）结合的用法主要体现在几何证明中，特别应用于线线平行的证明中，可简称为“中平法” / 进 46

方法解读 2 证明线面平行的常用方法 / 进 46

方法解读 3 寻求等角模型，证明面面平行 / 进 47

方法解读 4 辅助平面的使用 / 进 47

方法解读 5 转化法证明直线、平面间的平行关系 / 进 48

教材拓展 1 类比法在空间中的应用 / 进 48

教材拓展 2 截面性质 / 进 49

易错易混 1 异面直线所成角的易错分析 / 进 51

易错易混 2 直线与平面垂直的判定易错点 / 进 52

易错易混 3 求直线与平面所成角的常见错误 / 进 52

易错易混 4 解决距离问题时，忽略点与平面的位置 / 进 52

易错易混 5 求二面角易忽略点 / 进 53

方法解读 1 补形平移法求异面直线所成角 / 进 53

方法解读 2 “三线合一法”证明直线与平面垂直 / 进 53

方法解读 3 用三角形的“三心”确定顶点在底面上的射影 / 进 53

方法解读 4 利用等体积法求点到平面的距离 / 进 54

方法解读 5 面积射影法求二面角的大小 / 进 54

方法解读 6 空间垂直间的相互转化证明 / 进 55

教材拓展 1 三垂线定理及其逆定理 / 进 55

教材拓展 2 正交四面体定理 / 进 56

教材拓展 3 面面垂直判定补充定理 / 进 56

教材拓展 4 面面垂直性质补充定理 / 进 56

易错易混 简单随机抽样是等可能抽样 / 进 58

方法解读 等比例法求解分层随机抽样问题 / 进 58

教材拓展 三层随机抽样的样本平均数的计算 / 进 58

9.2 用样本估计总体

9.2.1 总体取值规律的估计

第1课时 频率分布表和频率分布直方图

第2课时 统计图表中的样本分布

9.2.2 总体百分位数的估计

9.2.3 总体集中趋势的估计

9.2.4 总体离散程度的估计

滚动习题(七) [范围: 9.1~9.2]

131

131

131

134

137

139

142

145

第十章 概率

10.1 随机事件与概率

10.1.1 有限样本空间与随机事件

10.1.2 事件的关系和运算

10.1.3 古典概型

10.1.4 概率的基本性质

滚动习题(八) [范围: 10.1]

10.2 事件的相互独立性

10.3 频率与概率

滚动习题(九) [范围: 10.2~10.3]

专项突破练 11 概率与其他知识交汇问题

148

148

150

152

155

157

160

162

164

167

参考答案 / 171

进阶手册

易错易混 1 常见统计图实际表示分析混淆 / 进 60

易错易混 2 总体百分位数的估计的常见错误 / 进 61

方法解读 1 性质法求平均数和方差 / 进 61

方法解读 2 频率分布直方图的画法与特点 / 进 62

方法解读 3 频率分布直方图样本数字特征计算 / 进 62

方法解读 4 用样本统计知识进行决策问题 / 进 63

教材拓展 分层随机抽样中的平均数和样本方差的计算方法 / 进 63

易错易混 3 概率公式应用出错 / 进 66

方法解读 1 求解古典概型的方法 / 进 66

方法解读 2 集合分析法判断事件关系 / 进 66

方法解读 判断两个事件是否相互独立的方法 / 进 67

教材拓展 n 个事件的独立性的定义 / 进 68

方法解读 三步完成根据频率估计概率的方法 / 进 69



进阶手册 (知识·易错·拓展)

同步教材、易错总结
方法解读、教材拓展
一本自我巩固、课堂延伸的**提升手册**

素养测评卷

单元素养测评卷(一) [第六章]	卷 01	单元素养测评卷(四) [第九章]	卷 11
单元素养测评卷(二) [第七章]	卷 03	单元素养测评卷(五) [第十章]	卷 13
单元素养测评卷(三) A [第八章]	卷 05	阶段素养测评卷(二) [必修第二册]	卷 15
单元素养测评卷(三) B [第八章]	卷 07	阶段素养测评卷(三) [必修第一、二册]	卷 17
阶段素养测评卷(一) [第六~八章]	卷 09	参考答案	卷 19

6.1 平面向量的概念

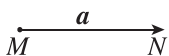
6.1.1 向量的实际背景与概念

6.1.2 向量的几何表示

6.1.3 相等向量与共线向量

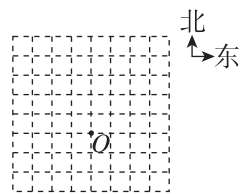
考点一 平面向量的概念与表示

- 已知向量 $\mathbf{a}$ 如图所示,下列说法不正确的是 ()
 A. 也可以用 $\overrightarrow{MN}$ 表示
 B. 方向是由 M 指向 N
 C. 起点是 M
 D. 终点是 N
- 下列关于向量的说法正确的是 ()
 A. 物理学中的摩擦力、重力都是向量
 B. 平面直角坐标系上的 x 轴、 y 轴都是向量
 C. 温度含零上和零下温度,所以温度是向量
 D. 身高是一个向量
- 下列说法正确的是 ()
 A. 零向量没有大小,没有方向
 B. 零向量是唯一没有方向的向量
 C. 单位向量的模等于 1 个单位长度
 D. 任意两个单位向量方向相同
- 汽车以大小为 120 km/h 的速度向正西方向走了 2 h ,摩托车以大小为 45 km/h 的速度向东北方向走了 2 h ,则下列说法中正确的是 ()
 A. 汽车的速度大于摩托车的速度
 B. 汽车的位移大于摩托车的位移
 C. 汽车行驶的路程大于摩托车行驶的路程
 D. 以上都不对
- 在同一平面内,把所有长度为 1 的向量的起点固定在同一点,这些向量的终点形成的轨迹是 ()
 A. 单位圆
 B. 一段弧
 C. 线段
 D. 直线



考点二 向量的模

- (多选题)下列说法错误的是 ()
 A. 向量的模是一个正实数
 B. 向量能比较大小
 C. 零向量的长度为 0
 D. 零向量就是实数 0
- 下列说法错误的是 ()
 A. $|\overrightarrow{CD}| = |\overrightarrow{DC}|$
 B. 若 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 均是单位向量,则 $|\mathbf{e}_1| = |\mathbf{e}_2|$
 C. 若 $|\overrightarrow{AB}| > |\overrightarrow{CD}|$,则 $\overrightarrow{AB} > \overrightarrow{CD}$
 D. 任一非零向量都可以平行移动
- 在如图的方格纸(小方格的边长为 1)中,画出下列向量.
 (1) $|\overrightarrow{OA}| = 3$,点 A 在点 O 的正西方向;
 (2) $|\overrightarrow{OB}| = 3\sqrt{2}$,点 B 在点 O 的北偏西 45° 方向;
 (3) 根据 (1)(2),作出向量 $\overrightarrow{AB}$ 并求出 $|\overrightarrow{AB}|$ 的值.



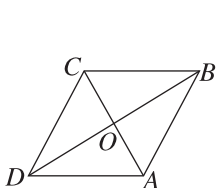
考点三 相等向量与共线向量

9. [2025·陕西西安高一阶段练] 下列命题为真命题的是 ()

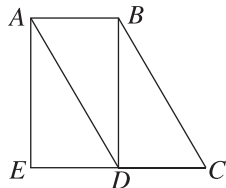
A. 若 $a \neq b$, 则 $|a| \neq |b|$
 B. 若 $a \parallel b, b \parallel c$, 则 $a \parallel c$
 C. 若 $a = b$, 则 $|a| = |b|$
 D. 若 $|a| = |b|$, 则 $a = b$

10. (多选题)[2025·云南昭通高一期中] 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, AC 与 BD 交于点 O , 若 $\angle DAB = 120^\circ$, 则以下说法中正确的是 ()

A. $\overrightarrow{BD}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 不平行
 B. $|\overrightarrow{BD}| = \sqrt{3} |\overrightarrow{DA}|$
 C. 在以 A, B, C, D, O 为起点和终点的非零向量中, 与 $\overrightarrow{AB}$ 的模相等的向量有 9 个(不含 $\overrightarrow{AB}$)
 D. 在以 A, B, C, D, O 为起点和终点的非零向量中, 与 $\overrightarrow{AB}$ 相等的向量只有一个(不含 $\overrightarrow{AB}$)



第 10 题图



第 11 题图

11. 如图所示, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 四边形 $ABDE$ 是矩形, 在以 A, B, C, D, E 为起点和终点的非零向量中, 与向量 $\overrightarrow{AB}$ 相等的向量有 _____, 与向量 $\overrightarrow{AB}$ 共线的向量有 _____.

素养提能篇

12. 分别以正方形 $ABCD$ 的四个顶点为起点与终点的所有有向线段表示的向量中, 互不相等的向量有 ()

A. 4 个 B. 6 个 C. 8 个 D. 12 个

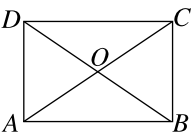
13. [2025·青岛二中高一期中] 已知向量 a 与 b 是两个不平行的向量, 若 $a \parallel c$ 且 $b \parallel c$, 则 c 等于 ()

A. 0 B. a
 C. b D. 不存在这样的向量

14. 已知四边形 $ABCD$, 下列说法正确的是 ()

A. 若 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, 则四边形 $ABCD$ 为平行四边形
 B. 若 $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$, 则四边形 $ABCD$ 为矩形
 C. 若 $\overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{BC}$, 且 $|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{BD}|$, 则四边形 $ABCD$ 为矩形
 D. 若 $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$, 且 $\overrightarrow{AD} \parallel \overrightarrow{BC}$, 则四边形 $ABCD$ 为梯形

15. 如图所示, 已知四边形 $ABCD$ 是矩形, O 为对角线 AC 与 BD 的交点, 设集合 $M = \{O, A, B, C, D\}$, 集合 $T = \{\overrightarrow{PQ} \mid P, Q \text{ 不重合且 } P, Q \in M\}$, 则集合 T 有 _____ 个元素.



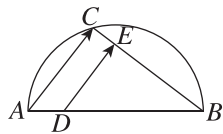
16. 已知飞机从 A 地按北偏东 30° 方向飞行 2000 km 到达 B 地, 再从 B 地按南偏东 30° 方向飞行 2000 km 到达 C 地, 再从 C 地按西南方向飞行 $1000\sqrt{2}$ km 到达 D 地. 画图表示向量 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}$, 并指出向量 $\overrightarrow{AD}$ 的模和方向.

思维训练篇

17. 一位模型赛车的赛车手遥控一辆赛车向正东方向前进 1 m, 然后将行驶方向按逆时针方向旋转 α , 继续沿直线前进 1 m, 再将行驶方向按逆时针方向旋转 α , 然后继续沿直线前进 1 m, 按此方法继续操作下去. 当 $\alpha = 45^\circ$ 时, 最少转向 _____ 次可使赛车的位移为零.

18. 如图, 半圆的直径 $AB = 6$, C 是半圆上异于 A, B 的一点, D, E 分别是线段 AB, BC 上的点, 且 $AD = 1, BE = 4, DE = 3$.

(1) 求证: $\overrightarrow{AC} \parallel \overrightarrow{DE}$;
 (2) 求 $|\overrightarrow{AC}|$.



6.2 平面向量的运算

6.2.1 向量的加法运算

考点一 向量的加法运算

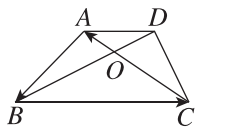
1. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} =$ ()

- A. 0 B. $\mathbf{0}$
C. $2\overrightarrow{CA}$ D. $2\overrightarrow{BC}$

2. 下列结论错误的是 ()

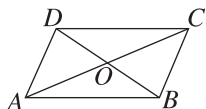
- A. $\mathbf{a} + \mathbf{0} = \mathbf{0} + \mathbf{a} = \mathbf{a}$
B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AC} = \mathbf{0}$ 恒成立
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \mathbf{0}$ 恒成立
D. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} + \overrightarrow{PM}$ 恒成立

3. 如图, 四边形 $ABCD$ 是梯形, $AD \parallel BC$, 则 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB}$ 等于 ()



- A. $\overrightarrow{CD}$ B. $\overrightarrow{OC}$
C. $\overrightarrow{DA}$ D. $\overrightarrow{CO}$

4. (多选题) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, AC 与 BD 交于 O , 则下列计算正确的是 ()

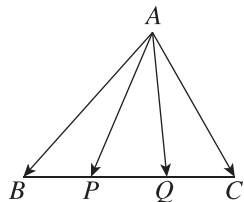


- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$
B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{OA}$
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$
D. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \mathbf{0}$

5. 化简:

(1) $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MB}) + \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{BO} =$ _____;
(2) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{FA} =$ _____.

6. 如图所示, P, Q 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上两点, 且 $\overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CQ} = \mathbf{0}$. 求证: $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.



考点二 向量的模

7. 在矩形 $ABCD$ 中, $|\overrightarrow{AB}| = 2, |\overrightarrow{BC}| = 4$, 则 $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}| =$ ()

- A. $2\sqrt{5}$ B. $4\sqrt{5}$
C. 12 D. 6

8. 某人先向东走 3 km, 位移记为 $\mathbf{a}$, 再向北走 3 km, 位移记为 $\mathbf{b}$, 则 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 表示 ()

- A. 该人向东南走 $3\sqrt{2}$ km
B. 该人向东北走 $3\sqrt{2}$ km
C. 该人向东南走 $3\sqrt{3}$ km
D. 该人向东北走 $3\sqrt{3}$ km

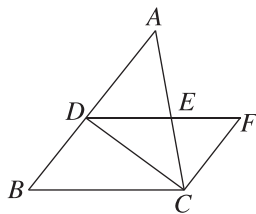
9. 在 $\triangle ABC$ 中, $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{BC}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}|$, 则 $\triangle ABC$ 是 ()

- A. 直角三角形 B. 等边三角形
C. 钝角三角形 D. 等腰直角三角形

10. 已知 a, b 为非零向量, 且 $|a+b| = |a| + |b|$, 则 ()
- A. $a \parallel b$, 且 a 与 b 的方向相同
- B. a, b 是共线向量且方向相反
- C. $a = b$
- D. a, b 无论什么关系均可
11. 已知非零向量 a, b , $|a| = 8$, $|b| = 5$, 则 $|a+b|$ 的最大值为 _____.

素养提能篇

12. [2025 · 石家庄四十四中高一月考] 已知 O 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点, 且 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC}$, 那么 ()
- A. 点 O 在 $\triangle ABC$ 的内部
- B. 点 O 在 $\triangle ABC$ 的边 AB 上
- C. 点 O 在边 AB 所在的直线上
- D. 点 O 在 $\triangle ABC$ 的外部
13. [2025 · 天津静海六中高一月考] 若在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AB} = a$, $\overrightarrow{BC} = b$, 且 $|a| = |b| = 1$, $|a+b| = \sqrt{2}$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是 ()
- A. 等边三角形 B. 钝角三角形
- C. 等腰三角形 D. 等腰直角三角形
14. (多选题) 下列说法中错误的是 ()
- A. 若 $|a+b| = |a| + |b|$, 则 a, b 中至少有一个为零向量
- B. 若 a, b 不共线, 则必有 $|a+b| < |a| + |b|$
- C. 若 $|a+b| = ||a| - |b||$, 则 a, b 中至少有一个为零向量
- D. 对于任意向量 a, b , 必有 $|a+b| \leq |a| + |b|$
15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别是边 AB, AC 上的点, F 为 DE 的延长线上一点, $DE \parallel BC$, $AB \parallel CF$, 则 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} =$ _____, $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{FC} =$ _____.



16. [2025 · 成都七中高一月考] 已知 $|\overrightarrow{OA}| = 3$, $|\overrightarrow{OB}| = 3$, $\angle AOB = 60^\circ$, 则 $|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}| =$ _____.

17. [教材 P10T5] 有一条东西向的小河, 一艘小船从河南岸的渡口出发渡河. 小船航行速度的大小为 15 km/h , 方向为北偏西 30° , 水流的速度为向东 7.5 km/h , 求小船实际航行速度的大小与方向.

思维训练篇

18. 已知单位向量 a, b, c , 求 $|a+b+c|$ 的取值范围.

6.2.2 向量的减法运算

考点一 向量的减法运算

1. 已知非零向量 m 与 n 是相反向量, 则下列结论不正确的是 ()

A. $m - n = 0$ B. $m + n = 0$
C. $|m| = |n|$ D. m 与 n 的方向相反

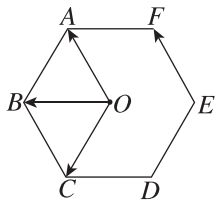
2. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} =$ ()

A. $\overrightarrow{CD}$ B. $\overrightarrow{DC}$
C. $\overrightarrow{BC}$ D. $\overrightarrow{CB}$

3. [2025 · 湖北黄石高一期中] 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{CB}$ 等于 ()

A. $\overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{BC}$
C. $\overrightarrow{DA}$ D. $\overrightarrow{BD}$

4. 如图所示, 已知六边形 $ABCDEF$ 是正六边形, O 是它的中心, 其中 $\overrightarrow{OA} = a$, $\overrightarrow{OB} = b$, $\overrightarrow{OC} = c$, 则 $\overrightarrow{EF}$ 等于 ()



A. $a + b$ B. $b - a$
C. $c - b$ D. $b - c$

5. (多选题) [2025 · 湖北华师大一附中高一期中] 下列式子的结果一定为零向量的是 ()

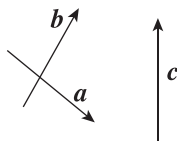
A. $\overrightarrow{AB} + (\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DC})$
B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CD}$
C. $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{AD}$
D. $\overrightarrow{NO} + \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP}$

6. 化简: (1) $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}) - (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BD}) =$ _____;
(2) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{BC} =$ _____.

7. 已知非零向量 a, b, c 如图所示, 作出向量:

(1) $a - b + c$;

(2) $a - b - c$.



考点二 向量的模

8. [2025 · 河南郑州高一月考] 在边长为 1 的等边三角形 ABC 中, $|\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}|$ 的值为 ()

A. 1 B. 2
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\sqrt{3}$

9. 已知任意两个非零向量 a, b , 则 ()

A. $|a - b| = |a| + |b|$
B. $|a - b| = |a| - |b|$
C. $|a - b| \leq |a| - |b|$
D. $|a - b| \leq |a| + |b|$

10. 已知四边形 $ABCD$ 为菱形, $\angle ABC = 120^\circ$, $|\overrightarrow{AB}| = 1$, 则 $|\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DC}| =$ _____.

11. 已知 $|\overrightarrow{AB}| = 10$, $|\overrightarrow{AC}| = 8$, 则 $|\overrightarrow{BC}|$ 的取值范围是 _____.

素养提能篇

12. [2025 · 山东潍坊高一月考] 已知 $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{OC} = \mathbf{c}$, $\overrightarrow{OD} = \mathbf{d}$, 且四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 则 ()

A. $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} + \mathbf{d} = \mathbf{0}$

B. $\mathbf{a} - \mathbf{b} + \mathbf{c} - \mathbf{d} = \mathbf{0}$

C. $\mathbf{a} + \mathbf{b} - \mathbf{c} - \mathbf{d} = \mathbf{0}$

D. $\mathbf{a} - \mathbf{b} - \mathbf{c} + \mathbf{d} = \mathbf{0}$

13. 在 $\triangle ABC$ 中, $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}| = |\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}|$, 则 $\triangle ABC$ 是 ()

A. 等边三角形

B. 直角三角形

C. 钝角三角形

D. 等腰直角三角形

14. 若 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 是非零向量, 则“ $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$ ”是“ $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

15. (多选题) [2025 · 广东佛山高一期中] 已知 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 为非零向量, 则下列说法中正确的是 ()

A. 若 $|\mathbf{a}| + |\mathbf{b}| = |\mathbf{a} + \mathbf{b}|$, 则 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 方向相同

B. 若 $|\mathbf{a}| + |\mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$, 则 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 方向相反

C. 若 $|\mathbf{a}| + |\mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$, 则 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}|$

D. 若 $||\mathbf{a}| - |\mathbf{b}|| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$, 则 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 方向相同

16. [2025 · 河北沧州高一月考] 已知 $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$, 若 $|\overrightarrow{OA}| = 12$, $|\overrightarrow{OB}| = 5$, 且 $\angle AOB = 90^\circ$, 则 $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| =$ _____.

17. 某人在静水中游泳, 速度的大小为 $4\sqrt{3}$ 千米/时, 现在他在水流速度的大小为 4 千米/时的河中游泳.

(1) 若他沿垂直于岸边的方向游向河对岸, 则他实际沿什么方向前进? 实际前进的速度大小为多少?

(2) 他必须朝哪个方向游, 才能沿与水流垂直的方向前进? 实际前进的速度大小为多少?

思维训练篇

18. [2025 · 湖北恩施高一期中] 已知 $|\overrightarrow{OA}| = 1$, $|\overrightarrow{OB}| = 2$, 平面上的任意一点 M 关于点 A 的对称点为 S , 点 S 关于点 B 的对称点为 N , 则 $|\overrightarrow{MN}|$ 的最小值为 _____.

6.2.3 向量的数乘运算

考点一 向量的数乘的含义与运算

1. (多选题) 设 $\mathbf{a}$ 是非零向量, λ 是非零实数, 则下列结论错误的是 ()

A. $\mathbf{a}$ 与 $-\lambda\mathbf{a}$ 的方向相反
 B. $|\lambda\mathbf{a}| \geq |\mathbf{a}|$
 C. $\mathbf{a}$ 与 $\lambda^2\mathbf{a}$ 的方向相同
 D. $|\lambda\mathbf{a}| = |\lambda||\mathbf{a}|$

2. [2025·安徽六安高一月考] $3(\mathbf{a}-7\mathbf{b})-(7\mathbf{a}+4\mathbf{b})+2(2\mathbf{a}+13\mathbf{b})=$ ()

A. $2\mathbf{a}$ B. $\frac{2}{3}\mathbf{b}$
 C. $\mathbf{0}$ D. $\mathbf{b}$

3. 若 C 在线段 AB 上, 且 $\frac{AC}{CB} = \frac{3}{7}$, 则 ()

A. $\overrightarrow{BC} = \frac{7}{13}\overrightarrow{BA}$
 B. $\overrightarrow{AC} = -\frac{3}{10}\overrightarrow{AB}$
 C. $\overrightarrow{BC} = \frac{7}{13}\overrightarrow{AB}$
 D. $\overrightarrow{AC} = -\frac{3}{10}\overrightarrow{BA}$

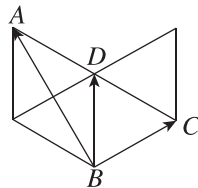
4. 设 G 为 $\triangle ABC$ 的重心, 则 $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} + 3\overrightarrow{GC} =$ _____.

5. [教材 P23T8] 化简:

(1) $5(2\mathbf{a}-2\mathbf{b})+4(2\mathbf{b}-3\mathbf{a})$;
 (2) $6(\mathbf{a}-3\mathbf{b}+\mathbf{c})-4(-\mathbf{a}+\mathbf{b}-\mathbf{c})$;
 (3) $\frac{1}{2}[(3\mathbf{a}-2\mathbf{b})+5\mathbf{a}-\frac{1}{3}(6\mathbf{a}-9\mathbf{b})]$;
 (4) $(x-y)(\mathbf{a}+\mathbf{b})-(x-y)(\mathbf{a}-\mathbf{b})$.

考点二 向量的线性运算

6. 如图所示, 某广场的六边形停车场由 4 个全等的等边三角形拼接而成, 则 $\overrightarrow{BA} =$ ()



A. $3\overrightarrow{BD}-2\overrightarrow{BC}$
 B. $2\overrightarrow{BD}-3\overrightarrow{BC}$
 C. $2\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BC}$
 D. $\overrightarrow{BD}-2\overrightarrow{BC}$

7. [2025·嘉兴高一期末] 在 $\triangle OAB$ 中, $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{DB}$, 记 $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$, 则 $\overrightarrow{OD} =$ ()

A. $\frac{1}{3}\mathbf{a} + \frac{2}{3}\mathbf{b}$ B. $\frac{2}{3}\mathbf{a} + \frac{1}{3}\mathbf{b}$
 C. $\frac{1}{3}\mathbf{a} - \frac{2}{3}\mathbf{b}$ D. $\frac{2}{3}\mathbf{a} - \frac{1}{3}\mathbf{b}$

8. (多选题) 已知平行四边形 $ABCD$ 的两条对角线交于点 O , $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$, 则 ()

A. $\overrightarrow{DE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{DA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{DC}$
 B. $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{DC}$
 C. $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BO} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$
 D. $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BO} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$

考点三 向量共线的充要条件

9. (多选题) 已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 是两个非零向量, 在下列四个条件中, 一定能使 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 共线的是 ()

A. $2\mathbf{a}-3\mathbf{b}=4\mathbf{e}$ 且 $\mathbf{a}+2\mathbf{b}=-2\mathbf{e}$
 B. 存在相异实数 λ, μ , 使 $\lambda\mathbf{a}-\mu\mathbf{b}=\mathbf{0}$
 C. 当 $x+y=0$ 时, $x\mathbf{a}+y\mathbf{b}=\mathbf{0}$
 D. 在梯形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}, \overrightarrow{CD}=\mathbf{b}$

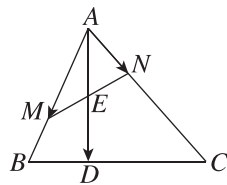
10. 设 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 为两个不共线的向量, $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a} + 2\mathbf{b}$, $\overrightarrow{BC} = 3\mathbf{a} + k\mathbf{b}$, $\overrightarrow{CD} = -\mathbf{a} + \mathbf{b}$, 若 A, B, D 三点共线, 则 k 的值为 _____.

11. [2025·安徽宿州高一期中] 已知向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 不共线, 且 $\overrightarrow{OA} = 2\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}, \overrightarrow{OB} = 3\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}, \overrightarrow{OC} = \boldsymbol{a} + \lambda\boldsymbol{b}$.
- (1) 若 $\overrightarrow{OA} \parallel \overrightarrow{OC}$, 求 λ 的值;
- (2) 若 $\lambda = -3$, 求证: A, B, C 三点共线.

素养提能篇

12. [2025·广东和美联盟高一联考] 设 $\boldsymbol{m}, \boldsymbol{n}$ 是两个不共线的向量, 若 $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{m} + 5\boldsymbol{n}, \overrightarrow{BC} = -2\boldsymbol{m} + 8\boldsymbol{n}, \overrightarrow{CD} = 4\boldsymbol{m} + 2\boldsymbol{n}$, 则 ()
- A. A, B, D 三点共线
B. A, B, C 三点共线
C. A, C, D 三点共线
D. B, C, D 三点共线
13. [2025·广州二中高一期中] 若非零向量 $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}| = |\boldsymbol{b}|$, 则 ()
- A. $|2\boldsymbol{b}| > |\boldsymbol{a} - 2\boldsymbol{b}|$ B. $|2\boldsymbol{b}| < |\boldsymbol{a} - 2\boldsymbol{b}|$
C. $|2\boldsymbol{a}| > |\boldsymbol{a} - 2\boldsymbol{b}|$ D. $|2\boldsymbol{a}| < |\boldsymbol{a} - 2\boldsymbol{b}|$
14. (多选题) [2025·陕西西工大附中高一期中] 已知 $\triangle ABC$ 的重心为点 G , 点 O, P 是 $\triangle ABC$ 所在平面内两个不同的点, 满足 $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$, 则 ()
- A. O, P, G 三点共线
B. $\overrightarrow{OP} = 2\overrightarrow{OG}$
C. $2\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{BP} + \overrightarrow{CP}$
D. 点 P 在 $\triangle ABC$ 的内部
15. 已知点 O 为 $\triangle ABC$ 内一点, $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{OC} = \boldsymbol{0}$, 则 $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle AOC}} =$ _____.

16. [2025·江苏徐州一中高一月考] 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 M, N 满足 $\overrightarrow{AM} = m\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AN} = n\overrightarrow{AC} (m > 0, n > 0)$, 点 D 满足 $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$, E 为 AD 的中点, 且 M, N, E 三点共线.
- (1) 用 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 表示 $\overrightarrow{AE}$;
- (2) 求 $\frac{1}{m} + \frac{1}{2n}$ 的值.



思维训练篇

17. (多选题) 在 $\triangle ABC$ 中, D, E, F 分别是边 BC, AC, AB 的中点, 则下列说法正确的是 ()
- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \boldsymbol{0}$
B. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{FC} = \boldsymbol{0}$
C. 若 $\overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} + \frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}$, 则 H 在 $\angle BAC$ 的平分线上
D. 若点 P 是线段 AD 上的动点, 且满足 $\overrightarrow{BP} = \lambda\overrightarrow{BA} + \mu\overrightarrow{BC}$, 则 $\lambda\mu$ 的最大值为 $\frac{1}{8}$
18. [2025·大连二十四中高一期中] 已知 O 为 $\triangle ABC$ 内一点, 且满足 $\overrightarrow{OA} + \lambda\overrightarrow{OB} + (\lambda - 1)\overrightarrow{OC} = \boldsymbol{0}$, 若 $\triangle OAB$ 的面积与 $\triangle OAC$ 的面积比值为 $\frac{1}{4}$, 则 $\lambda =$ _____.

6.2.4 向量的数量积

第1课时 向量数量积的定义、投影向量

考点一 数量积的定义

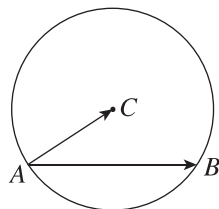
- [教材 P17 例 9] 已知 $|a|=5, |b|=4, a$ 与 b 的夹角 $\theta=\frac{2\pi}{3}$, 则 $a \cdot b=$ ()
 A. 10 B. -10
 C. 5 D. -5
- 已知 $|a|=5, |b|=2$, 且 $a \cdot b=5$, 则向量 a 与 b 的夹角为 ()
 A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$
 C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$
- 下列说法中正确的是 ()
 A. 若 $a \neq 0$, 则对任意 $b \neq 0$, 有 $a \cdot b \neq 0$
 B. 若 $a \cdot b=0$, 则 a, b 中至少有一个为 0
 C. $|a \cdot b|$ 表示向量 $a \cdot b$ 的长度
 D. 对于任意向量 a, b , 都有 $|a \cdot b| \leq |a| |b|$
- 在 $\triangle ABC$ 中, “ $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} > 0$ ” 是 “ $\triangle ABC$ 是钝角三角形” 的 ()
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- 已知 $|a|=3, |b|=4$.
 (1) 若 a 与 b 的夹角 $\theta=120^\circ$, 求 $a \cdot b$;
 (2) 若 $a \parallel b$, 求 $a \cdot b$.

考点二 投影向量

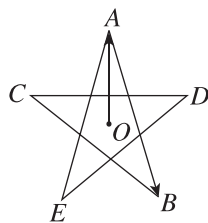
- 已知 $|a|=6, |b|=4$, 且 $a \cdot b=-12$, 则向量 a 在向量 b 上的投影向量为 ()
 A. $-\frac{3}{5}b$ B. $\frac{3}{5}b$
 C. $-\frac{3}{4}b$ D. $\frac{3}{4}b$
- (多选题)[2025·十堰六县一中高一期中] 在等腰三角形 ABC 中, $A=120^\circ, \overrightarrow{BC}=a, \overrightarrow{AC}=b, \overrightarrow{AB}=c$, 则下列说法错误的是 ()
 A. $a \cdot b = \frac{1}{2}|a||b|$
 B. $a \cdot b = a \cdot c$
 C. a 在 c 上的投影向量是 $\frac{3}{2}c$
 D. b 在 a 上的投影向量与 c 在 a 上的投影向量是相反向量
- 已知 $|a|=2$, 向量 a 在向量 b 上的投影向量的模为 1, 则 a 与 b 的夹角为_____.

考点三 数量积的几何意义

- 如图, 已知 A, B 是圆 C 上两点, 若 $AB=4$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}=$ ()



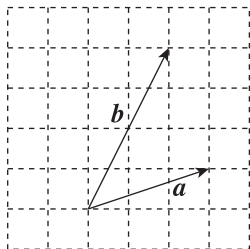
- 2 B. 4
 C. 6 D. 8
- [2025·重庆万州二中高一月考] 正五角星是一个非常优美的几何图形, 且与黄金分割有着密切的联系. 在如图所示的正五角星 $ABCDE$ 中, $AB=6, O$ 是该正五角星的中心, 则 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{AB}=$ ()
 A. -18 B. -12
 C. 12 D. 18



11. [2025·惠州一中高一月考] 已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 满足 $|\mathbf{a}|=4, |\mathbf{b}|=2$, 且 $\mathbf{b}$ 在 $\mathbf{a}$ 上的投影向量为 $-\frac{1}{4}\mathbf{a}$, 则 $\cos\langle\mathbf{a}, \mathbf{b}\rangle$ 的值为_____.

素养提能篇

12. 已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 在正方形网格中的位置如图所示, 那么向量 $\mathbf{a}-\mathbf{b}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角为 ()



13. [2025·北京西城区高一期中] 已知等腰三角形 ABC 中, $AB=AC=3, BC=4$, 点 P 是边 BC 上的动点, 则 $\overrightarrow{AP} \cdot (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ ()
- A. 为定值 10
B. 为定值 5
C. 不为定值, 与点 P 的位置有关
D. 为定值 12

14. (多选题) 两个非零平面向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 的夹角为 θ , 定义一种新运算 $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b} = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \cdot \sin \theta$, 则对于两个非零平面向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$, 下列结论一定成立的有 ()

- A. 若 $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b} = 0$, 则 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$
B. $\lambda(\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}) = (\lambda\mathbf{a}) \otimes \mathbf{b} (\lambda \neq 0)$
C. $(\mathbf{a} \otimes \mathbf{b})^2 + (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})^2 = |\mathbf{a}|^2 |\mathbf{b}|^2$
D. $\mathbf{a}$ 在 $\mathbf{b}$ 上的投影向量的长度为 $|\mathbf{a}| \sin \theta$

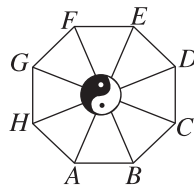
15. 已知 $|\mathbf{a}|=2|\mathbf{b}| \neq 0$, 且关于 x 的方程 $x^2 + |\mathbf{a}|x + \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$ 有两个相等的实根, 则向量 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角是_____.

16. 已知在 $\triangle OAB$ 中, P 为 AB 边上一点, 且 $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$.

- (1) 若 $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{PB}$, 求 x, y 的值;
(2) 若 $\overrightarrow{AP} = 3\overrightarrow{PB}$, $|\overrightarrow{OA}|=4, |\overrightarrow{OB}|=2$, 且 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 的夹角为 60° , 求 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的值.

思维训练篇

17. 《易经》是阐述天地世间关于万象变化的古老经典, 如图所示的是《易经》中记载的几何图形——八卦图. 图中正八边形代表八卦, 中间的圆代表阴阳太极图, 其余八块面积相等的图形代表八卦田. 已知正八边形 $ABCDEFGH$ 的边长为 $2\sqrt{2}$, 点 P 是正八边形 $ABCDEFGH$ 边上的一点, 则 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的最小值是 ()



- A. -4
B. 4
C. $4\sqrt{2}$
D. $-4\sqrt{2}$

18. 已知菱形 $ABCD$ 的边长为 1, $\angle DAB = \frac{\pi}{3}$, 点 E 为该菱形边上任意一点, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AE}$ 的取值范围是_____.

第2课时 向量数量积的性质与运算律

考点一 数量积的性质与运算律

- 下列关于向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 的结论错误的是 ()
 A. $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{c} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$
 B. $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| \leq |\mathbf{a}| + |\mathbf{b}|$
 C. $\mathbf{a}^2 = |\mathbf{a}|^2$
 D. $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c} = \mathbf{a}(\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})$
- [2025·河南焦作高一阶段练] 已知非零向量 $\mathbf{a}$ 在向量 $\mathbf{b}$ 上的投影向量为 $\frac{1}{2}\mathbf{b}$, $|\mathbf{b}| = 4$, 则 $(\mathbf{a} - \mathbf{b}) \cdot \mathbf{b} =$ ()
 A. -4 B. -6 C. -8 D. -16
- 已知在平行四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{FD}$, 且 $|\overrightarrow{AE}| = 7$, $|\overrightarrow{AF}| = 4$, 则 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD}$ 的值为 ()
 A. -3 B. -6 C. $-\frac{297}{8}$ D. -12

考点二 向量的模与夹角

- 已知平面向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 满足 $|\mathbf{a}| = 2$, $|\mathbf{b}| = 1$, 且 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 则 $|\mathbf{a} - 2\mathbf{b}| =$ ()
 A. $\sqrt{5}$ B. 4 C. 2 D. 0
- (多选题) 已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 满足 $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = 2$, $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = 2\sqrt{3}$, 则 ()
 A. $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = -2$
 B. $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$
 C. $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| > |\mathbf{a} + \mathbf{b}|$
 D. $\mathbf{a} - \mathbf{b}$ 在 $\mathbf{b}$ 上的投影向量为 $-\frac{1}{2}\mathbf{b}$
- [2025·太原高一期中] 已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 满足 $|\mathbf{a}| = 2$, $|\mathbf{b}| = \sqrt{3}$, $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = \sqrt{13}$.
 (1) 求向量 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 夹角的大小;
 (2) 设 $\mathbf{m} = 2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$, $\mathbf{n} = \lambda\mathbf{a} + \mathbf{b}$, 若 $\mathbf{m}$ 与 $\mathbf{n}$ 的夹角是钝角, 求实数 λ 的取值范围.

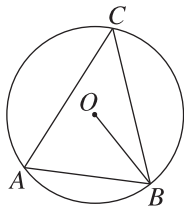
考点三 向量的垂直问题

- 已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 的夹角为 60° , $|\mathbf{a}| = |\mathbf{b}| = 1$, 且向量 $\mathbf{a}$ 与 $\lambda\mathbf{b} - \mathbf{a}$ 垂直, 则实数 $\lambda =$ ()
 A. $2\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$
 C. $\sqrt{2}$ D. 2
- [2025·湖州高一期末] 已知 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 是两个单位向量, 则“ $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$ ”是“ $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = |\mathbf{a} - \mathbf{b}|$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- 若向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 满足 $|\mathbf{a}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{b}| = 1$, 且 $\mathbf{b} \perp (\mathbf{a} - \mathbf{b})$, 则向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 的夹角大小为 _____.
- 已知 $|\mathbf{a}| = 4$, $|\mathbf{b}| = 8$, $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角是 120° .
 (1) 求 $|\mathbf{a} - 2\mathbf{b}|$.
 (2) 当 k 为何值时, $(\mathbf{a} + 2\mathbf{b}) \perp (k\mathbf{a} - \mathbf{b})$?

素养提能篇

- [2025·湖北华师大一附中高一期中] 若向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 的夹角是 $\frac{2\pi}{3}$, $\mathbf{a}$ 是单位向量, $|\mathbf{b}| = 2$, $\mathbf{c} = 2\mathbf{a} + \mathbf{b}$, 则向量 $\mathbf{c}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角为 ()
 A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{3\pi}{4}$
- [2024·新课标Ⅱ卷] 已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 满足 $|\mathbf{a}| = 1$, $|\mathbf{a} + 2\mathbf{b}| = 2$, 且 $(\mathbf{b} - 2\mathbf{a}) \perp \mathbf{b}$, 则 $|\mathbf{b}| =$ ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. 1

13. [2025·成都高一期中] 如图, A, B, C 为圆 O 上不同的三点, 若 $BA=4, BC=5$, 则 $\overrightarrow{BO} \cdot \overrightarrow{AC}$ 等于 ()



- A. $-\frac{9}{2}$ B. 3
C. $\frac{9}{2}$ D. -3

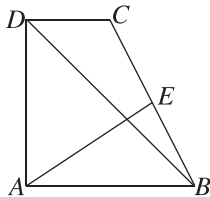
14. [2025·漳州十校高一期中] 若 $|\mathbf{a}|=|\mathbf{b}|=1$, 且 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的夹角为 60° , 则当 $\mathbf{a}-x\mathbf{b}$ 的模取最小值时, $\mathbf{a}-x\mathbf{b}$ 在 $\mathbf{a}$ 上的投影向量为 ()

- A. $\frac{3}{4}\mathbf{a}$ B. $\frac{1}{4}\mathbf{a}$
C. $-\frac{1}{4}\mathbf{a}$ D. $-\frac{3}{4}\mathbf{a}$

15. 已知平面向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 满足 $|\mathbf{a}|=2|\mathbf{b}|=6, |\mathbf{a}+k\mathbf{b}|=3\sqrt{7}, \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}=9$, 则实数 k 的值为 _____.

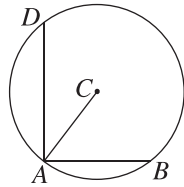
16. [2025·深圳中学高一期中] 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{DC}, \angle BAD=90^\circ, AB=AD=2, E$ 为 BC 的中点, 记 $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}, \overrightarrow{AD}=\mathbf{b}$.

- (1) 用 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AE}$;
(2) 求 $|\overrightarrow{AE}|$ 的值;
(3) 求 $\overrightarrow{AE}$ 与 $\overrightarrow{BD}$ 夹角的余弦值.



思维训练篇

17. (多选题) [2025·大连二十四中高一期中] 如图所示, 线段 AB 是 $\odot C$ 的弦, 其中 $AB=6, AC=5$, 点 D 为 $\odot C$ 上任意一点, 则以下结论正确的有 ()



- A. $|\overrightarrow{AD}| \leq 10$
B. $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 18$
C. 当 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 18$ 时, $\sin \angle DAB = \frac{3\sqrt{10}}{10}$
D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ 的最大值是 36

18. [2025·东莞中学高一期中] 在平行四边形 $ABCD$ 中, 已知 $AB=1, BC=\sqrt{2}$, 点 M 为边 BC 上一点, 点 N 为边 CD 上一点, 且满足 $\overrightarrow{BM}=\lambda\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CN}=\lambda\overrightarrow{CD}$. 当 $\lambda=\frac{1}{2}$ 时, $\overrightarrow{AM} \cdot$

$$\overrightarrow{AN} = -\frac{1}{6}.$$

- (1) 求 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的值;
(2) 当 $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AN}$ 取最小值时, 求 $|\overrightarrow{BM}|$.

6.3 平面向量基本定理及坐标表示

6.3.1 平面向量基本定理

考点一 平面向量基底的概念

1. 若 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 是平面内的一组基底, 则下列四组向量中能作为平面向量的基底的是 ()

A. $\mathbf{a} - \mathbf{b}, \mathbf{b} - \mathbf{a}$
 B. $2\mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} + \frac{1}{2}\mathbf{b}$
 C. $2\mathbf{b} - 3\mathbf{a}, 6\mathbf{a} - 4\mathbf{b}$
 D. $\mathbf{a} + \mathbf{b}, \mathbf{a} - \mathbf{b}$

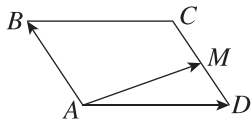
2. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在 BC 边上, 且 $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$. 设 $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AC} = \mathbf{b}$, 则 $\overrightarrow{AD}$ 可用基底 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 表示为 ()

A. $\frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$ B. $\frac{2}{3}\mathbf{a} + \frac{1}{3}\mathbf{b}$
 C. $\frac{1}{3}\mathbf{a} + \frac{2}{3}\mathbf{b}$ D. $\frac{1}{3}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$

3. (多选题) [2025 · 河南许昌高一期中] 已知 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 是同一平面内的两个不共线向量, 则下列各组向量中, 可以作为基底的是 ()

A. $\mathbf{e}_1 - 2\mathbf{e}_2$ 和 $4\mathbf{e}_2 - 2\mathbf{e}_1$
 B. $\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2$ 和 $\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$
 C. $\mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2$ 和 $\mathbf{e}_1$
 D. $2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$ 和 $3\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_1$

4. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}, \overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$, M 是 DC 的中点, 以 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 为基底表示向量 $\overrightarrow{AM} =$ _____.

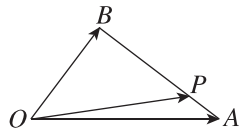


考点二 平面向量基本定理的理解

5. (多选题) 若 $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$ 是平面 α 内两个不共线的向量, 则下列说法中不正确的是 ()

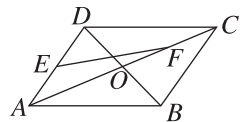
A. $\lambda\mathbf{e}_1 + \mu\mathbf{e}_2 (\lambda, \mu \in \mathbf{R})$ 可以表示平面 α 内的所有向量
 B. 对于平面 α 内的任一个向量 $\mathbf{a}$, 使 $\mathbf{a} = \lambda\mathbf{e}_1 + \mu\mathbf{e}_2$ 的实数 λ, μ 有无数对
 C. $\lambda_1, \mu_1, \lambda_2, \mu_2$ 均为实数, 且向量 $\lambda_1\mathbf{e}_1 + \mu_1\mathbf{e}_2$ 与 $\lambda_2\mathbf{e}_1 + \mu_2\mathbf{e}_2$ 共线, 则有且只有一个实数 λ , 使 $\lambda_1\mathbf{e}_1 + \mu_1\mathbf{e}_2 = \lambda(\lambda_2\mathbf{e}_1 + \mu_2\mathbf{e}_2)$
 D. 若存在实数 λ, μ , 使 $\lambda\mathbf{e}_1 + \mu\mathbf{e}_2 = \mathbf{0}$, 则 $\lambda = \mu = 0$

6. 如图, 在 $\triangle OAB$ 中, P 为线段 AB 上的一点, $\overrightarrow{OP} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$, 且 $\overrightarrow{BA} = 4\overrightarrow{PA}$, 则 ()



A. $x = \frac{1}{3}, y = \frac{2}{3}$ B. $x = \frac{2}{3}, y = \frac{1}{3}$
 C. $x = \frac{3}{4}, y = \frac{1}{4}$ D. $x = \frac{1}{4}, y = \frac{3}{4}$

7. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, O 为对角线的交点, E 为 AD 的中点, F 为 CO 的中点, 若 $\overrightarrow{EF} = x\overrightarrow{OC} + y\overrightarrow{OD}$, 则 $x - 2y =$ ()

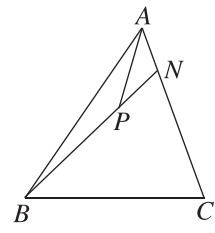


A. 1 B. 2
 C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

考点三 三点共线的充要条件

8. [2025 · 湖北武汉高一期中] 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{NC}$, P 是 BN 上的一点, 若

$\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AB} + \frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$, 则实数 m



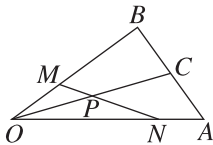
的值为 ()

A. $\frac{9}{11}$ B. $\frac{5}{11}$
 C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{5}$

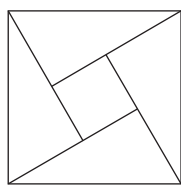
9. (多选题) [2025 · 江苏苏州高一期中] 点 P 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点且满足 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$, 则下列说法正确的有 ()

A. 若 $x = y = \frac{1}{2}$, 则点 P 是边 BC 的中点
 B. 若点 P 是 BC 边上靠近点 B 的三等分点, 则 $x = \frac{1}{3}, y = \frac{2}{3}$
 C. 若点 P 在 BC 边的中线上且 $x + y = \frac{1}{2}$, 则点 P 是 $\triangle ABC$ 的重心
 D. 若 $x + y = 2$, 则 $\triangle PBC$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等

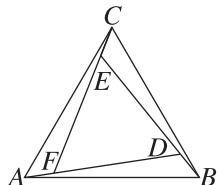
10. 如图所示,在 $\triangle OAB$ 中, C, M, N 分别为边 AB, OB, OA 上的点, MN 与 OC 交于点 P , $\overrightarrow{OC} = 2\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{OM} = m\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{ON} = n\overrightarrow{OA}$,若 $m = \frac{3}{8}$,求 n 的值.



14. 我国古代数学家赵爽在为《周髀算经》一书作序时,介绍了“勾股圆方图”,亦称“赵爽弦图”(如图①).类比“赵爽弦图”,可构造图②所示的图形,它是由3个全等的钝角三角形和中间的小等边三角形拼成的一个较大的等边三角形.已知 $DF = 4AF$,若 $\overrightarrow{AD} = \lambda\overrightarrow{AB} + \mu\overrightarrow{AC}$ ($\lambda, \mu \in \mathbf{R}$),则 $\lambda + \mu$ 的值为_____.

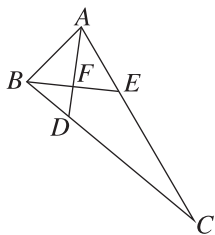


①



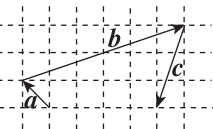
②

15. [2025·广东湛江高一期中] 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 2, AC = 6$,且 $CD = 3DB, AC = 3AE$, F 是 AD 和 BE 的交点.
(1)用 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 表示 $\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{AD}$.
(2)证明: F 是线段 BE 的中点.



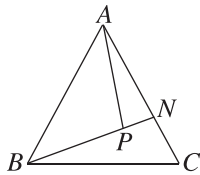
素养提能篇

11. 向量 a, b, c 在边长为1的正方形网格中的位置如图所示,若 $c = \lambda a + \mu b$ ($\lambda, \mu \in \mathbf{R}$),则 $\frac{\lambda}{\mu} =$ ()



A. 2 B. 4 C. 5 D. 7

12. [2025·山东青岛高一期中] 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AN} = 2\overrightarrow{NC}$, P 是 BN 上一点,若 $\overrightarrow{AP} = t\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$,则实数 t



的值为 ()

A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

13. (多选题)在平行四边形 $OACB$ 中, E 是 AC 的中点, F 是 BC 上的一点,且 $\overrightarrow{BC} = 4\overrightarrow{BF}$,若 $\overrightarrow{OC} = m\overrightarrow{OE} + n\overrightarrow{OF}$,其中 $m, n \in \mathbf{R}$,则 ()

A. $m + n = \frac{10}{7}$ B. $m - n = \frac{2}{7}$
C. $2m = 3n$ D. $3m = 2n$

思维训练篇

16. [2025·陕西西安高一期中] 边长为2的正三角形 ABC 的内切圆上有一点 P ,已知 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$,则 $2x + y$ 的取值范围是 ()
- A. $[3 - \sqrt{3}, 3 + \sqrt{3}]$ B. $[\frac{1}{3}, 1]$
C. $(\frac{1}{3}, 1)$ D. $[\frac{3 - \sqrt{3}}{3}, \frac{3 + \sqrt{3}}{3}]$

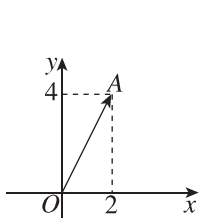
6.3.2 平面向量的正交分解及坐标表示

6.3.3 平面向量加、减运算的坐标表示

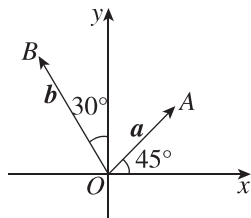
考点一 向量的正交分解与坐标表示

- 下列可作为正交分解的基底的是 ()
A. 等边三角形 ABC 中的 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{AC}$
B. 锐角三角形 ABC 中的 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{AC}$
C. 以 A 为直角的直角三角形 ABC 中的 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{AC}$
D. 钝角三角形 ABC 中的 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{AC}$
- 已知向量 $\mathbf{i}=(1,0)$, $\mathbf{j}=(0,1)$, 对于该坐标平面内的任一向量 $\mathbf{a}$, 下列结论中正确的是 ()
A. 存在唯一的一对实数 x, y , 使得 $\mathbf{a}=(x, y)$
B. 若 $x_1, x_2, y_1, y_2 \in \mathbf{R}$, $\mathbf{a}=(x_1, y_1) \neq (x_2, y_2)=\mathbf{b}$, 则 $x_1 \neq x_2$ 且 $y_1 \neq y_2$
C. 若 $x, y \in \mathbf{R}$, $\mathbf{a}=(x, y)$, 且 $\mathbf{a} \neq \mathbf{0}$, 则 $\mathbf{a}$ 的起点是原点 O
D. 若 $x, y \in \mathbf{R}$, $\mathbf{a} \neq \mathbf{0}$, 且 $\mathbf{a}$ 的终点坐标是 (x, y) , 则 $\mathbf{a}=(x, y)$

- 如图, 在平面直角坐标系中, 向量 $\overrightarrow{OA} =$ ()
A. $(1, 2)$ B. $(-1, -2)$
C. $(2, 4)$ D. $(-2, -4)$



第3题图



第4题图

- 在平面直角坐标系 xOy 中, 向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 的方向如图所示, 且 $|\mathbf{a}|=2$, $|\mathbf{b}|=3$, 则 $\mathbf{a} =$ _____, $\mathbf{b} =$ _____. (填坐标)

考点二 平面向量加、减运算的坐标表示

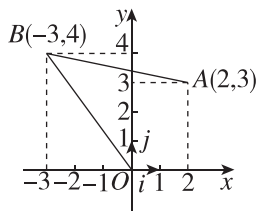
- [2025·安徽合肥高一期中] 已知向量 $\mathbf{a}=(2, 3)$, $\mathbf{b}=(1, 1)$, 则 $\mathbf{a}+\mathbf{b} =$ ()
A. $(3, 4)$ B. $(2, 3)$
C. $(1, 1)$ D. $(0, 0)$
- (多选题) 如图所示, 在平面直角坐标系中, 点 $A(2, 3)$, $B(-3, 4)$, 与 x 轴、 y 轴正方向同向的单位向量分别为 $\mathbf{i}$ 和 $\mathbf{j}$, 则下列选项正确的是 ()

A. $\overrightarrow{OA} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$

B. $\overrightarrow{OB} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$

C. $\overrightarrow{AB} = -5\mathbf{i} + \mathbf{j}$

D. $\overrightarrow{BA} = 5\mathbf{i} - \mathbf{j}$



- [2025·江苏南通高一期中] 已知点 $A(-1, 0)$, $B(1, 2)$, $C(2, 1)$, 若 $\overrightarrow{AB}$ 和 $\overrightarrow{CD}$ 是相反向量, 则点 D 的坐标为 _____.
- 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(1, 1)$, $B(2, 3)$, $C(3, 2)$.
(1) 若 $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, 求点 P 的坐标;
(2) 若 $\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC} = \mathbf{0}$, 求 $\overrightarrow{OP}$ 的坐标表示.

考点三 平面向量加、减坐标法的几何应用

- 已知 $\mathbf{a}=(2, 1)$, $\mathbf{b}=(-3, 4)$, 若表示向量 $3\mathbf{a}+4\mathbf{b}$, $-3\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$ 的有向线段首尾相接能构成三角形, 则向量 $\mathbf{c}$ 为 ()
A. $(-15, 31)$ B. $(15, -31)$
C. $(3, 7)$ D. $(-3, -7)$
- [教材 P30 例 5 变式] 已知一个平行四边形的三个顶点的坐标分别为 $(0, 3)$, $(-1, 0)$, $(3, 0)$, 求第四个顶点的坐标.

素养 提能篇

11. 设向量 $\mathbf{a} = (1, -3)$, $\mathbf{b} = (-2, 4)$, $\mathbf{c} = (-1, -2)$, 若表示向量 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$, $\mathbf{b} - \mathbf{c}$, $\mathbf{a} - \mathbf{b}$, $\mathbf{d}$ 的有向线段首尾相接能构成四边形, 则向量 $\mathbf{d}$ 的坐标为 ()
- A. $(1, 0)$ B. $(3, 0)$
C. $(0, -1)$ D. $(-1, 0)$
12. 已知 $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ 满足 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0$, 点 C 在 $\angle AOB$ 内, 且 $\angle AOC = 30^\circ$, 设 $\overrightarrow{OC} = m\overrightarrow{OA} + n\overrightarrow{OB}$ ($m, n \in \mathbf{R}$). 若 $\frac{|\overrightarrow{OA}|}{|\overrightarrow{OB}|} = \frac{1}{2}$, 则 $\frac{m}{n} =$ ()
- A. $6\sqrt{3}$ B. 4 C. $2\sqrt{3}$ D. $\frac{1}{4}$
13. 已知 $A\left(\frac{3}{2}, \frac{7}{2}\right)$, $B(1, 4)$, 且 $\overrightarrow{AB} = (\sin \alpha, \cos \beta)$, $\alpha, \beta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, 则 $\alpha + \beta =$ _____.
14. 对于任意的两个向量 $\mathbf{m} = (a, b)$, $\mathbf{n} = (c, d)$, 规定运算“ $\otimes$ ”为 $\mathbf{m} \otimes \mathbf{n} = (ac - bd, bc + ad)$. 设 $\mathbf{m} = (p, q)$, 若 $(1, 2) \otimes \mathbf{m} = (5, 0)$, 则 $(1, 2) + \mathbf{m} =$ _____.
15. 已知点 $A(\lambda, 3)$, $B(5, 2\lambda)$ ($\lambda \in \mathbf{R}$), $C(4, 5)$, 且 $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
- (1) 当 λ 为何值时, 点 P 在第一、三象限的平分线上?
- (2) 若点 P 在第一象限内, 求 λ 的取值范围.

思维 训练篇

16. 已知 $A(1, 2)$, $B(1 + \sqrt{3}, 3)$, $\overrightarrow{AB}$ 绕点 A 按逆时针方向旋转 $\frac{\pi}{6}$ 得到 $\overrightarrow{AP}$, 则点 P 的坐标为 _____; 一般地, $\overrightarrow{AB}$ 绕点 A 按逆时针方向旋转 θ 得到 $\overrightarrow{AQ}$, 则 $\overrightarrow{AQ}$ 的坐标为 _____.
17. 向量集数与形于一身, 每一种向量运算都有相应的几何意义, 向量运算与几何图形性质的这种内在联系使我们自然地想到: 利用向量运算研究几何图形的性质是否会更加方便, 简捷呢? 请求解下列问题:
- (1) 用向量方法证明: $\triangle ABC$ 的三条中线 AD , BE , CF 交于一点 G (称为三角形的重心);
- (2) 设 $\triangle ABC$ 的顶点 A, B, C 的坐标分别为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$, 求重心 G 的坐标.

